

**Завдання I (шкільного) етапу Всеукраїнських учнівських олімпіад з математики
6 клас**

I частина містить 5 завдань у тестовій формі. За кожне виконане завдання нараховується 0-2 бали. Загальна кількість балів – 10.

II частина містить 4 завдання з відкритою відповіддю. За кожне виконане завдання нараховується 0-5 балів. Загальна кількість балів – 20.

Максимальна сума балів – 30. Час виконання завдання – 2 астрономічні год.

1. На алеї від будинку до озера росте 17 дерев. Юрко, ідучи з дому до озера, відмітив крейдою перше дерево, а потім кожне друге дерево. На зворотньому шляху до будинку він знову відмітив перше дерево (від озера), а потім кожне третє дерево. Скільки дерев залишилось невідміченими?

А) 4; Б) 5; В) 6; Г) 7; Д) 8.

2. Микита й Ігор біжать навколо стадіону. Микиті потрібно 6 хвилин, щоб подолати 1 круг, а Ігорю – 5 хвилин. Вони стартували одночасно. Через скільки хвилин вони вперше перетнуть лінію старту одночасно?

А) через 12 хвилин; Б) через 10 хвилин; В) через 11 хвилин; Г) через 30 хвилин; Д) через 60 хвилин.

3. Довжина прямокутного поля дорівнює 80 м, а площа 3200 м². Знайдіть довжину іншого прямокутного поля, площа і ширина якого у 2 рази менша, ніж першого поля.

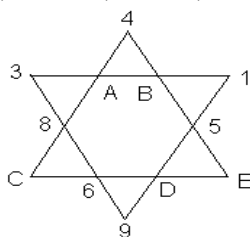
А) 20 м; Б) 40 м; В) 60 м; Г) 80 м; Д) 100 м.

4. У Максима три сестри і п'ятеро братів. У його сестри Оксани С сестер і Б братів. Чому дорівнює добуток С і Б?

А) 8; Б) 10; В) 12; Г) 15; Д) 18.

5. Natural numbers from 1 to 12 are placed at the vertices of a figure, shown in the picture in such a way that the sums of four arbitrary numbers, placed on one straight line, are equal. In which of the following options can we find the number 7?

А) А; Б) В; В) С; Г) D; Д) Е.



7. В одному дворі живуть четверо юнаків. Відомо, що Вадим і водій старші за Сергія, Микола і сантехнік захоплюються плаванням, бібліотекар – молодший із юнаків, Антон і перукар грають в доміно проти Сергія і бібліотекаря. Визначити професію кожного юнака.

8. Чи ділиться на 6 число $10^{2012} + 2012$? Відповідь обґрунтуйте.

9. Знайдіть найбільше натуральне число, у якого всі цифри різні та кожні дві сусідні цифри відрізняються щонайменше на 2.

10. Яблука становили 45% від усієї кількості зібраних фруктів, а яблука сорту «сніжний кальвін» становили 40% від загальної кількості зібраних яблук. Скільки центнерів фруктів було зібрано, якщо сніжного кальвіну зібрали 10,8 ц?

Кожне із завдань 1-5 оцінюються 2 балами. Завдання 6-9 оцінюються по 5 балів.

№ завдання	1	2	3	4	5
Правильна відповідь	Б	Г	Г	В	Д

6. **Відповідь.** Микола – бібліотекар, Сергій – сантехнік, Вадим – перукар, Антон – водій.

За кожен правильно визначену професію нараховується один бал. За повне пояснення ходу розв'язання додаємо ще один бал.

7. **Відповідь.** Так.

Щоб число ділилося на 6 необхідно, щоб воно ділилося і на 2 і на 3. (2 бали)

Сума цифр даного числа $1+2+1+2=6$, отже воно ділиться на 3. (2 бали)

Дане число закінчується парною цифрою 2, отже кратне 2. (1 бал)

8. **Відповідь.** 9758642031

Зрозуміло, що число не може мати більше ніж 10 цифр, крім того, воно повинно бути десятицифровим, бо таке число завжди більше за число, яке має меншу кількість цифр. (1 бал)

З двох чисел з однаковою кількістю цифр більшим є те, у якого більшою є цифра у найвищому розряді. Таким чином, будемо ставити відповідні цифри по місцях. (1 бал)

975 – перші три цифри; другою цифрою не може бути 8, так само, як і третьою. (1 бал)

864 – наступні три цифри. (1 бал)

Далі не може стояти цифра 3, а має стояти 2 і 0 (1 бал)

Тому останні цифри мають бути 31. (1 бал)

1. Відповідь: 60 ц.

Яблука сорту «сніжний кальвін» становили 40% від загальної кількості зібраних яблук, отже 40% від 45%, що становить 18% усіх зібраних фруктів. (3 бали)

18% усіх фруктів становить 10,8 ц, отже, фруктів зібрали 60 ц. (2 бали)

Олімпіада з математики

6 клас

2. У найближчому магазині 1 кг цукру коштує 7 грн. 15 коп. На базарі, який є дуже далеко, ціна нижча і становить 6 грн. 90 коп. Яку найменшу кількість кілограмів треба купити на базарі, щоб різницею в цінах окупити проїзд у маршрутному таксі туди і назад вартістю 4 грн?

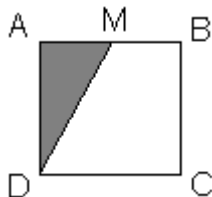
А) 10 кг; Б) 14 кг; В) 15 кг; Г) 16 кг; Д) 18 кг.

3. Один з учасників вечірки зауважив, що жодні три особи на цій вечірці не народились того самого місяця. Вкажіть максимальну кількість осіб, які могли бути на цій вечірці?

А) 12; Б) 13; В) 24; Г) 18; Д) 134.

4. У квадраті ABCD точка М є серединою відрізка АВ. Знайти площу квадрата ABCD, якщо площа затемненої частини дорівнює 7 см^2 ?

А) 14 см^2 ; Б) 21 см^2 ; В) 25 см^2 ; Г) 28 см^2 ; Д) 36 см^2 .



5. Собака в 9 разів важчий від котика, мишка у 20 разів легша від котика, а ріпка в 6 разів важча від мишки. У скільки разів собака є важчим від ріпки?

А) 30; Б) 2,7; В) 1080; Г) 15; Д) собака є легший від ріпки.

6. У магічному квадраті суми елементів у кожному рядку, стовпці та діагоналі є однаковими. На малюнку зображено магічний квадрат, з якого викинули два числа, а три числа закрили картками А, В, С. Тоді сума чисел, розміщених під картками А, В, С, дорівнює

А) 30; Б) 41; В) 14; Г) 25; Д) визначити неможливо.

16	3	А
С	10	
В		4

7. Турист пройшов 30% всього шляху, а потім 40% того, що залишилося. В результаті він пройшов на 6 км більше від половини шляху. Визначити довжину всього шляху.

8. Дано п'ятицифрове число 43266. Яку цифру і на якому місці потрібно дописати цифру, щоб одержати число, яке ділиться на 12? Розглянути всі можливі варіанти.

9. У сім'ї четверо дітей. Їм 4, 9, 12 і 14 років. Дітей звать: Ганна, Петро, Людмила та Марія. Скільки років кожному, якщо Ганна доросліша за Петра, а сума років Ганни та Людмили ділиться на 8.

10. Олег має 2012 однакових квадратиків. Складаючи їх сторона до сторони, він утворює суцільний прямокутник. Скільки різних прямокутників можна утворити таким чином? (Прямокутники $a \times b$ та $b \times a$ вважати однаковими)

Кожне із завдань 1-5 оцінюються 2 балами . Завдання 6-9 оцінюються по 5 балів.

№ завдання	1	2	3	4	5
------------	---	---	---	---	---

Правильна відповідь	Г	В	Г	А	Г
---------------------	---	---	---	---	---

6. *Відповідь.* 75 км.

40% того, що залишилось – це 0,4 від 70% всього шляху, тобто 28%. (2 бали)

Тому весь пройдений шлях становить $30\%+28\%=58\%$. (1 бал)

Значить 8% всього шляху це 6 км шляху. (1 бал)

Отже весь шлях $6:0,08 = 75$ (км) (1 бал)

7. *Відповідь.* 432660, 432636, 432696

Для того, щоб число ділилось на 12, потрібно, щоб воно ділилося на 3 і на 4 (4 і 3 – взаємно прості числа). (1 бал)

Перша умова вимагає, щоб сума цифр цього числа ділилася на 3. Сума цифр даного п'ятицифрового числа 21.

Лише 0, 3, 6, 9 доповнюють цю суму до числа, кратного 3. (1 бал)

Для того, щоб число ділилося на 4, число, записане двома його останніми цифрами, повинно ділитися на 4. (1 бал)

Число 66 на 4 не ділиться, отже дописувати треба цифру біля останньої цифри. Це може бути 0 вкінці, тоді число 432660 кратне 3 і 4 (1 бал), або дописати біля останньої цифри зліва 3, або 9. Одержимо числа 432636, 432696. (1 бал)

8. *Відповідь.* Людмилі – 4; Петру – 9; Ганні – 12; Марії – 14 років

За кожен правильно визначений вік нараховується по 1 балу. За повне пояснення ходу міркувань додаємо ще 1 бал.

З наведених чисел (кількість років) можливо утворити лише єдину пару, щоб сума чисел пари була кратна восьми: 12 і 4. За умовою ці числа – вік Ганни та Людмили. Ганні не може бути 4 роки, бо вона доросліша за Петра. Тоді Ганні 12 років, а Людмилі 4 роки. Петро молодший за Ганну, то йому 9 років. Для Марії залишається вік 14 років.

9 *Відповідь.* Три.

$2012=2 \times 2 \times 503$. (2 бали)

Це може бути прямокутник зі сторонами 1×2012 (1 бал), 2×1006 (1 бал), 4×503 (1 бал)