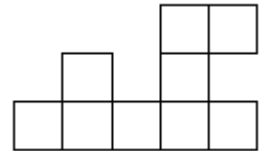


Харківська академія неперервної освіти

Завдання II (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

6 клас

1. У двозначного числа перша цифра удвічі більше другої. Якщо до цього числа додати квадрат його першої цифри, то вийде квадрат деякого цілого числа. Знайдіть початкове двозначне число.
2. Відстань між двома машинами, що їдуть по шосе, дорівнює 200 км. Швидкості машин – 60 км/год і 80 км/год. Чому дорівнюватиме відстань між ними через 1 годину?
3. Петя витрачає $\frac{1}{3}$ свого часу на гру у футбол, $\frac{1}{5}$ – на навчання в школі, $\frac{1}{6}$ – на перегляд кінофільмів, $\frac{1}{70}$ – на розв'язання олімпіадних завдань, $\frac{1}{3}$ – на сон. Чи можна так жити?
4. Дано чотири однакові фігури (такі, як на рисунку). Чи можливо з цих фігур скласти квадрат? Відповідь обґрунтуйте.

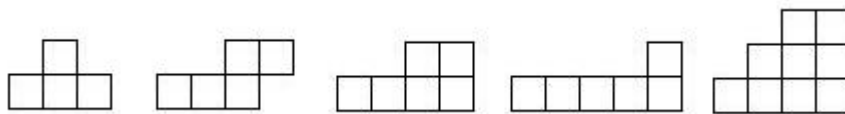


Харківська академія неперервної освіти

Завдання II (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

7 клас

1. Розв'яжіть рівняння $ax - 1 = a^2 + 2a - x$ для всіх значень параметра a .
2. У день народження дядька Федора листоноша Печкін хоче з'ясувати, скільки тому років. Шарик каже, що дядькові Федору більше 11 років, а кіт Матроскін стверджує, що більше 10 років. Скільки років дядькові Федору, коли відомо, що рівно один з них помилився? Відповідь обґрунтуйте.
3. За даними опитування, проведеного в 7 класі, з'ясувалося, що 20% учнів, які цікавляться математикою, цікавляться ще й фізикою, а 25% учнів, які цікавляться фізикою, цікавляться також і математикою. І тільки Ользі з Васею не цікавий жоден із цих предметів. Скільки учнів у 7 класі, коли відомо, що їх більше 20, але менше 30?
4. Чи можливо скласти квадрат, використовуючи рівно чотири з п'яти фігур, зображених нижче фігур. Кожну з чотирьох обраних фігур можна використати тільки один раз. Відповідь обґрунтуйте.



Харківська академія неперервної освіти

Завдання II (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

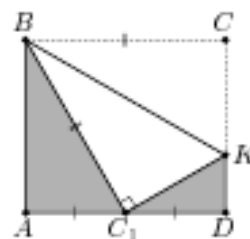
8 клас

1. Розв'яжіть рівняння $mx - 2nx = \frac{3m^2 - 3n^2 - n^2x}{m}$ для всіх значень параметра m та n .

2. У 8 класі вистачає відмінників, але Михайлик вчиться краще від усіх. Якщо Михайлик стане вчитися гірше, то в класі буде 24% відмінників, а якщо перейде до ліцею, то в класі стане 25% відмінників. Який відсоток відмінників у 8 класі зараз?

3. Шістнадцять футбольних команд із шістнадцяти країн провели турнір. Кожна команда зіграла з кожною по одному матчу. Чи могло виявитися так, що кожна команда зіграла в усіх країнах, крім своєї? Відповідь обґрунтуйте.

4. Прямокутний аркуш паперу ABCD зігнули так, як показано на рисунку. Знайдіть відношення DK:AB, якщо C_1 – середина AD.



Харківська академія неперервної освіти

Завдання II (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

9 клас

1. При яких значеннях параметра a сума коренів рівняння $x^2 - 2a(x-1) - 1 = 0$ дорівнює сумі квадратів його коренів?

2. Проїшовши $4/9$ довжини моста, пішохід помітив, що його наздоганяє машина, яка ще не заїхала на міст. Тоді він повернув назад і зустрівся з нею біля початку моста. Якби він продовжив свій рух, тоді машина наздогнала б його в кінці моста. Знайдіть відношення швидкості машини до швидкості пішохода.

3. У таблицю 4×4 записали натуральні числа. Чи могло статися так, що сума чисел у кожному наступному рядку на 2 більше, ніж у попередньому, а сума чисел у кожному наступному стовпці на 3 більше, ніж у попередньому? Відповідь обґрунтуйте.

4. Висоти гострокутного трикутника ABC, проведені з точок B і C, продовжили до перетину з описаним колом у точках B_1 і C_1 . З'ясувалося, що відрізок B_1C_1 проходить через центр описаного навколо даного трикутника кола. Знайдіть кут BAC.

Харківська академія неперервної освіти

Завдання II (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

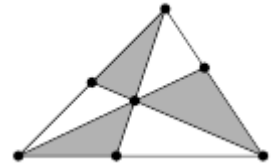
10 клас

1. Розв'яжіть нерівність $\frac{kx}{k^2 - 9} > 2 + k$ для всіх значень параметра k .

2. Кільцева дорога поділена стовпами на кілометрові ділянки, і відомо, що кількість стовпів парна. Один зі стовпів пофарбований у жовтий колір, інший – у синій, а решта – у білий. Назвемо відстанню між стовпами довжину найкоротшої з двох дуг, які їх з'єднують. Знайдіть відстань від синього стовпа до жовтого, якщо сума відстаней від синього стовпа до білих дорівнює 2008 км.

3. Петрик грає в гру-стрілялку. Якщо він набере менше 1000 очок, то комп'ютер додасть йому 20% від його результату. Якщо він набере від 1000 до 2000 очок, то комп'ютер додасть йому 20% від першої тисячі очок і 30% від кількості очок, що залишилися. Якщо Петрик набере більше 2000 очок, то комп'ютер додасть йому 20% від першої тисячі очок, 30% від другої тисячі та 50% від кількості, що залишилися. Скільки призових очок отримав Петрик, якщо після закінчення гри в нього було 2370 очок?

4. Бісектриса, медіана та висота деякого трикутника, проведені з трьох різних вершин, перетинаються в одній точці й ділять цей трикутник на шість трикутників (див. рис.). Площі трьох зафарбованих трикутників рівні. Чи є правильним твердження, що даний трикутник є рівностороннім? Відповідь обґрунтуйте.



Харківська академія неперервної освіти

Завдання II (районного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

11 клас

1. Розв'яжіть рівняння $\frac{\sqrt{x^2 + (4a - 4)x + 4a^2} - 2\sqrt{2a}}{5 \cdot 5^{2x} - 5^{a+x} - 5^{a-1} + 5^x} = 0$ для всіх значень параметра.

2. Добуток додатних чисел x , y і z дорівнює 1. Чи є правильним твердження, що $(2+x)(2+y)(2+z) \geq 27$. Відповідь обґрунтуйте.

3. Доведіть, якщо α , β і γ – кути гострокутного трикутника, то $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma > 2$.

4. Точки A_1 і A_3 розташовані з одного боку від площини α , а точки A_2 і A_4 – з іншого боку. Нехай B_1 , B_2 , B_3 і B_4 – точки перетину відрізків A_1A_2 , A_2A_3 , A_3A_4 і A_4A_1 з площиною α відповідно.

Знайдіть $\frac{A_1B_1}{B_1A_2} \cdot \frac{A_2B_2}{B_2A_3} \cdot \frac{A_3B_3}{B_3A_4} \cdot \frac{A_4B_4}{B_4A_1}$.

Оцінювання задач:

№1 – 7 балів

№2 – 7 балів

№3 – 7 балів

№4 – 7 балів